Klausur – Mantelbogen

HAMBURGER · FERN-HOCHSCHULE · HFH ·
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Name, Vorname	
Matrikel-Nr.	
Studienzentrum	
Studiengang	Betriebswirtschaft
Modul	Wirtschaftsmathematik
Art der Leistung	Prüfungsleistung
Klausur-Kennzeichen	BB-WMT-P11–090620
Datum	20.06.2009

Ausgegebene Arbeitsbögen _______

Ausgegebene Arbeitsblätter _______

Abgegebene Arbeitsbögen _______

Abgegebene Arbeitsblätter _______

Ort, Datum

Name in Druckbuchstaben und Unterschrift Aufsichtführende(r)

Ort, Datum

Prüfungskandidat(in)

Aufgabe		1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$	Note
max. Punktezahl		20	10	11	15	9	17	6	12	100	
Bewertung	Prüfer										
	ggf. Gutachter[1]										

Prüfer (Name in Druckbuchstaben)

Datum, Unterschrift

ggf. Gutachter (Name in Druckbuchstaben)

Datum, Unterschrift

[1] ggf. Gutachten im Rahmen eines Widerspruchsverfahrens

Anmerkungen Prüfer:

Datum, Unterschrift

Anmerkungen Gutachter:

Datum, Unterschrift

Sonstige Anmerkungen:

Datum, Unterschrift

Klausur – Aufgaben

UNIVERSITY
OF APPLIED SCIENCES

Studiengang	Betriebswirtschaft
Modul	Wirtschaftsmathematik
Art der Leistung	Prüfungsleistung
Klausur-Kennzeichen	BB-WMT-P11–090620
Datum	20.06.2009

Bezüglich der Anfertigung Ihrer Arbeit sind folgende Hinweise verbindlich:

- Verwenden Sie ausschließlich das vom Aufsichtsführenden **zur Verfügung gestellte Papier**, und geben Sie sämtliches Papier (Lösungen, Schmierzettel und nicht gebrauchte Blätter) zum Schluss der Klausur wieder bei Ihrem Aufsichtsführenden ab. Eine nicht vollständig abgegebene Klausur gilt als nicht bestanden.
- Beschriften Sie jeden Bogen mit Ihrem **Namen und Ihrer Immatrikulationsnummer**. Lassen Sie bitte auf jeder Seite 1/3 ihrer Breite als Rand für Korrekturen frei, und nummerieren Sie die Seiten fortlaufend. Notieren Sie bei jeder Ihrer Antworten, auf welche Aufgabe bzw. Teilaufgabe sich diese bezieht.
- Die Lösungen und Lösungswege sind in einer für den Korrektanten **zweifelsfrei lesbaren Schrift** abzufassen (**kein Bleistift**). Korrekturen und Streichungen sind eindeutig vorzunehmen. Unleserliches wird nicht bewertet.
- Bei nummerisch zu lösenden Aufgaben ist außer der Lösung stets der **Lösungsweg anzugeben**, aus dem eindeutig hervorzugehen hat, wie die Lösung zustande gekommen ist.
- Die Klausur-Aufgaben können einbehalten werden. Dies bezieht sich **nicht** auf ausgeteilte Arbeitsblätter, auf denen Lösungen einzutragen sind.

Zur Prüfung sind bis auf Schreib- und Zeichenutensilien ausschließlich die nachstehend genannten Hilfsmittel zugelassen. Werden **andere als die hier angegebenen Hilfsmittel verwendet oder Täuschungsversuche** festgestellt, gilt die Prüfung als nicht bestanden und wird mit der Note **5** bewertet.

Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Anzahl Aufgaben:	– 8 –
Höchstpunktzahl:	– 100 –

Hilfsmittel:
HFH-Taschenrechner Formelsammlung Wirtschaftsmathematik

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$
max. Punktezahl	20	10	11	15	9	17	6	12	100

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 — 20 Punkte

Bestimmen Sie die 1. Ableitung der folgenden Funktionen

1.1	$f(x) = x^2 \cdot \ln x \cdot e^x$	**8**
1.2	$f(x) = \dfrac{1}{\ln x}$	**5**
1.3	$f(x) = \log \sqrt{x}$.	**7**

Verwenden Sie Lösung der Teilaufgabe **1.3** die Beziehung $\log x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$.

Aufgabe 2 — 10 Punkte

Ein Unternehmen, das nur einen Artikel produziert, hat die Kostenfunktion $K(x) = 0{,}2x^2 + 2x + 20$ sowie die Preis-Absatzfunktion $p(x) = 32 - 0{,}3x$. Es werde vollständiger Absatz der hergestellten Artikel vorausgesetzt.

Bei welcher Ausbringungsmenge x erzielt das Unternehmen den maximalen Gewinn?

Aufgabe 3 — 11 Punkte

3.1	Bestimmen Sie die Menge der Stammfunktionen von $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[5]{x}$.	**4**
3.2	Für die Herstellung eines Produktes sind die Grenzkostenfunktion $K'(x) = 0{,}05x^2 - 2x + 100$ und die Fixkosten in Höhe von $K_f = 5.000$ GE bekannt. Bestimmen Sie die Gesamtkostenfunktion $K(x)$.	**7**

Aufgabe 4 — 15 Punkte

Gesucht ist der Flächeninhalt A des Flächenstücks, das zwischen den Graphen der Funktionen $f(x) = x^2$ und $g(x) = -x^2 + 4$ im Intervall $I = [0, 4]$ liegt.

Aufgabe 5 9 Punkte

Gegeben seien die Matrizen

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & a & b & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 7 \\ 7 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie für die Matrix $\boldsymbol{A}$ die Elemente a und b so, dass

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 57 & 70 \\ 39 & 46 \end{pmatrix}.$$

<u>Hinweis:</u>
Veranschaulichen Sie sich die Matrixmultiplikation mit dem Schema von FALK.

Aufgabe 6 17 Punkte

Bestimmen Sie die Inverse $\boldsymbol{A}^{-1}$ der Matrix

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

und überprüfen Sie Ihr Ergebnis.

Aufgabe 7 6 Punkte

Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung der Funktion $f(x) = x^2 y + 4y^3 + 7x^2$.

Es muss korrekterweise $f(x, \boldsymbol{y}) = x^2 y + 4y^3 + 7x^2$ heißen (siehe auch Hinweis in Korrekturrichtlinie).

Aufgabe 8 12 Punkte

Das Unternehmen von Herrn M. produziert die beiden Produkte P_1 und P_2. x_1 bezeichne die Anzahl der produzierten Einheiten von P_1 und x_2 die Anzahl der produzierten Einheiten von P_2.

Bestimmen Sie mit Hilfe der LAGRANGE-Methode das Maximum der Produktionsfunktion

$$P(x_1, x_2) = 2x_1 x_2$$

unter der <u>Nebenbedingung</u>, dass sich die Kosten für die Produktion von x_1 und x_2 insgesamt auf 400 GE (Geldeinheiten) belaufen. Die Kosten für die Produktion einer Einheit von P_1 betragen 10 GE und die Kosten für die Produktion einer Einheit von P_2 betragen 20 GE.

UNIVERSITY
OF APPLIED SCIENCES

Korrekturrichtlinie zur Prüfungsleistung
Wirtschaftsmathematik am 20.06.2009
Betriebswirtschaft
BB-WMT-P11 – 090620

Für die Bewertung und Abgabe der Prüfungsleistung sind folgende Hinweise verbindlich:

- Die Vergabe der Punkte nehmen Sie bitte so vor, wie in der Korrekturrichtlinie ausgewiesen. Eine summarische Angabe von Punkten für Aufgaben, die in der Korrekturrichtlinie detailliert bewertet worden sind, ist nicht gestattet.
- Nur dann, wenn die Punkte für eine Aufgabe nicht differenziert vorgegeben sind, ist ihre Aufschlüsselung auf die einzelnen Lösungsschritte Ihnen überlassen.
- Stoßen Sie bei Ihrer Korrektur auf einen anderen richtigen als den in der Korrekturrichtlinie angegebenen Lösungsweg, dann nehmen Sie bitte die Verteilung der Punkte sinngemäß zur Korrekturrichtlinie vor.
- Rechenfehler sollten grundsätzlich nur zur Abwertung des betreffenden Teilschrittes führen. Wurde mit einem falschen Zwischenergebnis richtig weitergerechnet, so erteilen Sie die hierfür vorgesehenen Punkte ohne weiteren Abzug.
- Ihre Korrekturhinweise und Punktbewertung nehmen Sie bitte in einer zweifelsfrei lesbaren **roten** Schrift vor.
- Die von Ihnen vergebenen Punkte und die daraus sich gemäß dem nachstehenden Notenschema ergebende Bewertung tragen Sie bitte in den Klausur-Mantelbogen ein. Unterzeichnen Sie bitte Ihre Notenfestlegung auf dem Mantelbogen.
- Gemäß der Prüfungsordnung ist Ihrer Bewertung das folgende Notenschema zu Grunde zu legen:

Punktzahl von	bis einschl.	Note	
95	100	1,0	sehr gut
90	94,5	1,3	sehr gut
85	89,5	1,7	gut
80	84,5	2,0	gut
75	79,5	2,3	gut
70	74,5	2,7	befriedigend
65	69,5	3,0	befriedigend
60	64,5	3,3	befriedigend
55	59,5	3,7	ausreichend
50	54,5	4,0	ausreichend
0	49,5	5,0	nicht ausreichend

- Die korrigierten Arbeiten reichen Sie bitte spätestens bis zum

08. Juli 2009

in Ihrem Studienzentrum ein. Dies muss persönlich oder per Einschreiben erfolgen. Der angegebene Termin ist unbedingt einzuhalten. Sollte sich aus vorher nicht absehbaren Gründen eine Terminüberschreitung abzeichnen, so bitten wir Sie, dies unverzüglich dem Prüfungsamt der Hochschule anzuzeigen (Tel. 040 / 35094-311 bzw. birgit.hupe@hamburger-fh.de).

Bitte beachten Sie:

Die jeweils im Lösungstext angeführten Punkte ( ) geben an, für welche Antwort die einzelnen Teilpunkte für die Aufgabe zu vergeben sind.

Lösung 1 vgl. SB 5, Abschn. 2 20 Punkte

1.1 siehe Beispiel 2.4

$f(x) = x^2 \cdot \ln x \cdot \mathrm{e}^x$, zweifache Anwendung der Produktregel

$f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$	**1**
$g(x) = x^2$; $g'(x) = 2x$	**1**
$h(x) = \ln x \cdot \mathrm{e}^x$; Anwendung der Produktregel auf $h(x)$	
$g_1(x) = \ln x$; $g_1'(x) = \frac{1}{x}$	**1**
$h_1(x) = \mathrm{e}^x$; $h_1'(x) = \mathrm{e}^x$	**1**
$h'(x) = \frac{1}{x} \cdot \mathrm{e}^x + \ln x \cdot \mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(\frac{1}{x} + \ln x)$	**2**
$f'(x) = 2x \cdot \ln x \cdot \mathrm{e}^x + x^2 \cdot \mathrm{e}^x(\frac{1}{x} + \ln x) = x\mathrm{e}^x(2 \cdot \ln x + 1 + x \ln x)$	**2**

1.2 siehe Beispiel 2.5 b)

$f(x) = \frac{1}{\ln x}$, Anwendung der Quotientenregel

$f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$	**1**
$g(x) = 1$; $g'(x) = 0$	**1**
$h(x) = \ln x$; $h'(x) = \frac{1}{x}$	**1**
$f'(x) = \frac{0 - 1 \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x} = -\frac{1}{x \ln^2 x}$	**2**

1.3 siehe Beispiel 2.6 c)

$f(x) = \log\sqrt{x}$, Anwendung der Kettenregel

$f'(x) = g'(f_1) \cdot f_1'$ **1**

innere Funktion: $f_1(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$; $f_1'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ **2**

äußere Funktion: $g(f_1) = \log f_1 = \frac{\ln f_1}{\ln 10}$; $g'(f_1) = \frac{1}{\ln 10\, f_1}$ **2**

$f'(x) = \frac{1}{\ln 10 \cdot \sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2x \ln 10}$ **2**

Lösung 2 vgl. SB 5, Abschn. 3.3 10 Punkte

siehe ÜA 3.6)

Für die Lösung benötigt man die Erlösfunktion ist $E(x) = x \cdot p(x)$ (1) und die Gewinnfunktion $G(x) = E(x) - K(x)$ (1). **2**

Mit $p(x) = 32 - 0{,}3x$ und $K(x) = 0{,}2x^2 + 2x + 20$ folgt

$E(x) = x \cdot (32 - 0{,}3x) = -0{,}3x^2 + 32x$ **1**

$G(x) = E(x) - K(x) = -0{,}3x^2 + 32x - 0{,}2x^2 - 2x - 20 = -0{,}5x^2 + 30x - 20$ **2**

Für ein Extremum gilt notwendigerweise: $G'(x) = 0$. **1**

$G'(x) = -x + 30$ **1**

$-x + 30 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_E = 30$ **1**

Da $G''(x) = -1 < 0$ (1) liegt bei x_E ein Maximum vor (1), d. h. der Gewinn erreicht für $x_E = 30$ sein Maximum. **2**

Lösung 3	vgl. SB 7, Abschn. 1	11 Punkte

3.1 siehe ÜA 1.1 c)

$f(x) = x^2 \cdot \sqrt[5]{x}$

Es gilt $x^2 \cdot \sqrt[5]{x} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{5}} = x^{2+\frac{1}{5}} = x^{\frac{11}{5}}$ **1**

Daher erhält man als Menge der Stammfunktionen:

$$\int x^{\frac{11}{5}} \mathrm{d}x = \frac{x^{\frac{11}{5}+1}}{\frac{11}{5}+1} = \frac{x^{\frac{16}{5}}}{\frac{16}{5}} = \frac{5}{16} x^{\frac{16}{5}} + C$$ **3**

3.2 siehe ÜA 1.3)

Grenzkostenfunktion $K'(x) = 0{,}05x^2 - 2x + 100$, Fixkosten 5.000 GE

Gesamtkostenfunktion ist Stammfunktion der Grenzkosten **1**

Bestimmung der Stammfunktion durch Integration:

$$\int (0{,}05x^2 - 2x + 100)\mathrm{d}x = \frac{0{,}05x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 100x + C = \frac{1}{60}x^3 - x^2 + 100x + C$$ **2**

Somit ist:

$$K(x) = \frac{1}{60}x^3 - x^2 + 100x + C\,.$$ **1**

Fixkosten entsprechen Kosten bei Output $x = 0$, d. h. es gilt $K(0) = 5.000$. **1**

Einsetzen in $K(x)$ ergibt:

$$5.000 = \frac{1}{60}0^3 - 0^2 + 100 \cdot 0 + C \quad \Rightarrow \quad C = 5.000$$ **1**

Die Gesamtkostenfunktion lautet damit:

$$K(x) = \frac{1}{60}x^3 - x^2 + 100x + 5.000\,.$$ **1**

Lösung 4 vgl. SB 7, Abschn. 4.1.2 15 Punkte

siehe ÜA 4.2 a)

$f(x) = x^2,\ g(x) = -x^2 + 4$ und $I = [0, 4]$

Zunächst bestimmen wir <u>alle</u> Schnittpunkte der beiden vorgegebenen Funktionen auf dem Intervall $[0, 4]$, indem wir $x^2 = -x^2 + 4$ setzen.

$x^2 = -x^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad 2x^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 2$ **2**

$x_1 = \sqrt{2}$ **1**

$x_2 = -\sqrt{2}$ **1**

(Der zweite Schnittpunkt bleibt unberücksichtigt, da dieser nicht im Intervall $[0, 4]$ liegt.)

Für den Flächeninhalt gilt dann:

$$A = \left| \int_0^{\sqrt{2}} [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x \right| + \left| \int_{\sqrt{2}}^{4} [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x \right|$$ **1**

Mit $f(x) - g(x) = x^2 - (-x^2 + 4) = 2x^2 - 4$ (1) ergibt sich: **1**

$$A = \left| \int_0^{\sqrt{2}} (2x^2 - 4)\mathrm{d}x \right| + \left| \int_{\sqrt{2}}^{4} (2x^2 - 4)\mathrm{d}x \right| = \left| \left[\frac{2}{3}x^3 - 4x \right]_0^{\sqrt{2}} \right| + \left| \left[\frac{2}{3}x^3 - 4x \right]_{\sqrt{2}}^{4} \right|$$ **2**

$$A = \left| \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - 4\sqrt{2} \right) - 0 \right| + \left| \left(\frac{128}{3} - 16 \right) - \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - 4\sqrt{2} \right) \right|$$ **3**

$$A = \left| -\frac{8\sqrt{2}}{3} \right| + \left| \frac{80}{3} - \left(-\frac{8\sqrt{2}}{3} \right) \right|$$ **2**

$$A = \frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{80}{3} + \frac{8\sqrt{2}}{3} = \frac{16\sqrt{2} + 80}{3} \approx 34{,}21$$ **2**

Lösung 5 vgl. SB 6, Abschn. 1.6 9 Punkte

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 4 & a & b & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 7 \\ 7 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 57 & 70 \\ 39 & 46 \end{pmatrix}$$

Schema von Falk:

$$\begin{array}{cccc|cc} & & & & 5 & 6 \\ & & & & 6 & 7 \\ & & & & 7 & 8 \\ & & & & 1 & 2 \\ \hline 4 & a & b & 4 & 57 & 70 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 39 & 46 \end{array}$$

Aus dem Schema folgt:

$$4 \cdot 5 + a \cdot 6 + b \cdot 7 + 4 \cdot 1 = 57$$ **2**

$$4 \cdot 6 + a \cdot 7 + b \cdot 8 + 4 \cdot 2 = 70$$

Umformen liefert 2 Gleichungen mit den Unbekannten a und b:

$$6a + 7b = 33 \qquad \text{(I)}$$

$$7a + 8b = 38 \qquad \text{(II)}$$ **2**

Aus (I) folgt: $a = \dfrac{33 - 7b}{6}$ **1**

Einsetzen in (II) liefert:

$$\left(\frac{33 - 7b}{6}\right) \cdot 7 + 8b = 38$$ **1**

$$(231 - 49b) + 48b = 228$$ **1**

$$231 - b = 228 \quad \Rightarrow \quad b = 3$$ **1**

Somit ist:

$$a = \frac{33 - 7b}{6} = \frac{33 - 21}{6} = 2$$ **1**

Lösung 6 vgl. SB 6, Abschn. 2.4 17 Punkte

Bildung der erweiterten Matrix

$$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{E})=\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \text{ und}$$

Überführung der erweiterten Matrix $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{E})$ durch elementare Matrixoperationen in $(\boldsymbol{E},\boldsymbol{A}^{-1})$, vgl. Formelsammlung 13.2.

2

Zur Beachtung:

Hier sind unterschiedliche Lösungswege zur Umformung der erweiterten Matrix möglich. Die Punkte sind dann sinngemäß zu verteilen (max. **12** Punkte für die Umformungen).

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} 2\cdot\mathrm{I}-\mathrm{III} \\ \\ \mathrm{III}-\mathrm{I} \end{array} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \mathrm{II}+2\cdot\mathrm{I} \\ \\ \end{array}$$

4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 4 & 4 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ -3\cdot\mathrm{III}+\mathrm{II} \end{array} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 4 & 4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & -5 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \frac{1}{3}(\mathrm{II}-4\cdot\mathrm{III}) \\ \\ \end{array}$$

4

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & -5 \end{array}\right) \begin{array}{l} \mathrm{I}-\mathrm{II} \\ \\ \\ \end{array} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 10 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 1 & -5 \end{array}\right)$$

4

Überprüfung des Ergebnisses durch Matrixmultiplikation. Es muss gelten $\boldsymbol{AA}^{-1}=\boldsymbol{E}$.

Anwendung der Schemas von FALK liefert:

$$\begin{array}{ccc|ccc} & & & 10 & 1 & -7 \\ & & & -8 & -1 & 6 \\ & & & 7 & 1 & -5 \\ \hline 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

3

Die Inverse der Matrix $\boldsymbol{A}$ lautet demnach $\underline{\underline{\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{pmatrix} 10 & 1 & -7 \\ -8 & -1 & 6 \\ 7 & 1 & -5 \end{pmatrix}}}$

Lösung 7 vgl. SB 9, Abschn. 3 6 Punkte

siehe Beispiel 3.4

$f(x, y) = x^2 y + 4y^3 + 7x^2$

Für die Ableitungen 1. Ordnung erhalten wir:

$f_x(x,y) = 2xy + 14x$ bzw. $f_y(x, y) = x^2 + 12y^2$ **2**

Wird nunmehr f_x erneut nach x abgeleitet, ergibt sich die Ableitung 2. Ordnung:

$f_{xx}(x, y) = 2y + 14$ **1**

Da f_x auch nach y abgeleitet werden kann, erhalten wir: $f_{xy}(x, y) = 2x$. **1**

Analog wird mit f_y verfahren:

$f_{yy}(x, y) = 24y$ und $f_{yx} = 2x$ **2**

Bei Interpretation der in der Aufgabenstellung vorgegeben Funktion $f(x) = x^2 y + 4y^3 + 7x^2$ als Funktion **einer** Veränderlichen x ist die Aufgabe wie folgt zu bewerten:

$f'(x) = 2xy + 14x$ **3**

$f''(x) = 2x + 14$ **3**

Lösung 8 vgl. SB 9, Abschn. 4.2.2 12 Punkte

siehe ÜÄ 4.8)

Mit der Produktionsfunktion $P(x_1, x_2) = 2x_1x_2$ und der Nebenbedingung

$g(x_1, x_2) = 400 - 10x_1 - 20x_2 = 0$ **1**

lautet die LAGRANGE-Funktion:

$L(x_1, x_2, \lambda) = P(x_1, x_2) + \lambda g(x_1, x_2)$

$L(x_1, x_2, \lambda) = 2x_1x_2 + \lambda(400 - 10x_1 - 20x_2)$ **1**

Zur Bestimmung der stationären Punkte werden die partiellen Ableitungen gebildet und Null gesetzt:

$L_{x_1} = 2x_2 - 10\lambda = 0$ (I) **1**

$L_{x_2} = 2x_1 - 20\lambda = 0$ (II) **1**

$L_{\lambda} = (400 - 10x_1 - 20x_2) = 0.$ (III) **1**

Aus (I) folgt: $x_2 = 5\lambda$. (IV) **1**

Aus (II) folgt: $x_1 = 10\lambda$. (V) **1**

Einsetzen von (IV) und (V) in (III) liefert:

$400 - 10 \cdot 10\lambda - 20 \cdot 5\lambda = 400 - 200\lambda = 0.$ **1**

Daraus folgt:

$400 - 200\lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad 400 = 200\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2.$ **2**

Mit $\lambda = 2$ erhält man aus (IV) und (V) die Werte für die Variablen x_1 und x_2:

$x_2 = 5 \cdot 2 = 10$; $x_1 = 10 \cdot 2 = 20.$ **2**

Das Maximum der Produktionsfunktion $P(x_1, x_2)$ unter der o. g. Nebenbedingung wird damit bei einer Produktion von $x_1 = 20$ ME und $x_2 = 10$ ME (Mengeneinheiten) erzielt.